



ÉCOLE NATIONALE DES PONTS et CHAUSSÉES,  
ISAE-SUPAERO, ENSTA,  
TÉLÉCOM PARIS, MINES PARIS - PSL,  
MINES SAINT-ÉTIENNE, MINES NANCY,  
IMT ATLANTIQUE, ENSAE PARIS,  
CHIMIE PARISTECH - PSL.

Concours Mines-Télécom,  
Concours Centrale-Supélec (Cycle International).

CONCOURS 2026

## PREMIÈRE ÉPREUVE DE PHYSIQUE

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice ou de tout dispositif électronique est interdit.

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente  
sur la première page de la copie :*

*PHYSIQUE I - PSI*

*L'énoncé de cette épreuve comporte 6 pages de texte.*

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

Les sujets sont la propriété du GIP CCMP. Ils sont publiés sous les termes de la licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 3.0 France.

Tout autre usage est soumis à une autorisation préalable du Concours commun Mines-Ponts.



# Autour de jets d'eau

Dans tout le problème, l'eau est considérée comme un fluide incompressible, de masse volumique constante  $\mu = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Les écoulements dans les conduites seront supposés avoir un nombre de Reynolds assez élevé pour admettre que le champ de vitesse moyen (lissé des turbulences) est uniforme sur une section de la conduite. On prendra  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  pour l'accélération de la pesanteur terrestre.

Le problème comporte quatre parties totalement indépendantes.

Mis à part pour le jet de la partie **III**, la gravité n'intervient pas dans ce problème. Quand elle existe, la réaction du sol compense simplement le poids et on pourra n'écrire que la composante horizontale du bilan de quantité de mouvement.

On rappelle aussi que la résultante des actions de la pression atmosphérique uniforme sur une surface fermée est nulle. La puissance de ces actions sur un fluide incompressible est aussi nulle. Pour simplifier les raisonnements, dans les parties **I**, **II** et **III**, on prendra la pression atmosphérique extérieure comme référence et on travaillera avec les surpressions (écart à la pression atmosphérique). En particulier, les forces à déterminer ne prendront donc pas en compte l'action de la pression atmosphérique.

Toutes les réponses devront être justifiées. Une réponse donnée sans justification ne sera pas prise en compte. Les valeurs numériques seront fournies avec un chiffre significatif. Les vecteurs sont surmontés d'une flèche ( $\vec{u}$ ), sauf s'ils sont unitaires et sont alors repérés par un chapeau ( $||\hat{e}_x|| = 1$ ).

## I Bilans de quantité de mouvement et d'énergie mécanique

On considère l'écoulement permanent d'un fluide limité par une surface de contrôle représentée en pointillés sur la figure 1 ci-dessous.

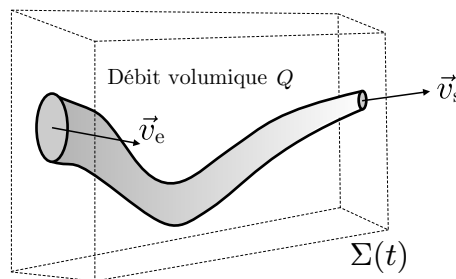


FIGURE 1 – Ecoulement permanent d'un fluide

Le débit volumique est  $Q$ , les vitesses du fluide en entrée et en sortie sont  $\vec{v}_e$  et  $\vec{v}_s$  (elles sont supposées uniformes sur la section).

On note  $\Sigma(t)$  le système ouvert constitué par le fluide contenu à l'instant  $t$  dans la surface de contrôle.

- – 1. Déterminer la variation  $d\vec{p}$  de la quantité de mouvement d'un système fermé  $S_F(t)$ , que l'on définira soigneusement et incluant notamment  $\Sigma(t)$ , pendant la durée  $dt$ .

En déduire la relation  $\mu Q (\vec{v}_s - \vec{v}_e) = \vec{R}_{\text{ext}}$ , ou  $\vec{R}_{\text{ext}}$  est la résultante des actions mécaniques extérieures sur le système  $S_F(t)$ .

- – 2. Déterminer la variation  $dE_c$  de l'énergie cinétique de  $S_F(t)$  pendant la durée  $dt$ .

En déduire la relation  $\frac{1}{2}\mu Q (\vec{v}_s^2 - \vec{v}_e^2) = P_{\text{int}} + P_{\text{ext}}$ , avec  $P_{\text{int}}$  la puissance des actions intérieures et  $P_{\text{ext}}$  la puissance des actions extérieures.

Même s'ils n'ont pas été établis, ces résultats pourront être utilisés dans la suite.

## II Lance à incendie

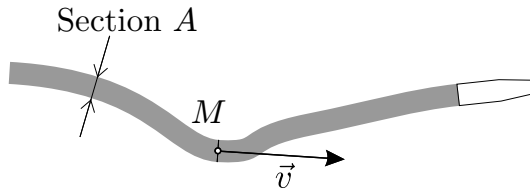


FIGURE 2 – Lance à incendie

Pour éteindre un incendie, les pompiers utilisent des tuyaux souples terminés par une lance.

On modélise le tuyau par un tube parfaitement souple, sans raideur, d'aire  $A$  assez petite pour assimiler le tuyau à une ligne. Cette aire  $A$  est constante tout le long du tuyau. Elle est réduite au niveau de la lance, placée au bout du tuyau (voir fig. 2).

Le tuyau est parcouru par l'eau de vitesse  $\vec{v}(M)$  tangente au tuyau et uniforme sur sa section. En notant  $\hat{t}(M)$  le vecteur unitaire tangent dirigé dans le sens de l'écoulement, on aura donc  $\vec{v}(M) = v(M)\hat{t}(M)$ .

- – 3. Prouver que la composante  $v(M)$  de cette vitesse est constante tout le long du tuyau. Dans la suite, on notera  $v$  cette vitesse.

Le tuyau est posé sur le sol dans une certaine disposition. On suppose qu'il n'y a aucun frottement car le sol est mouillé. On cherche à déterminer s'il existe une disposition qui lui permette d'être en équilibre. Comme le tuyau est sans raideur, on modélise les actions de la partie amont du tuyau sur la partie aval en un point  $M$  par une force de tension  $\vec{T}(M) = T(M)\hat{t}(M)$ , tangente au tuyau en  $M$ . On note  $p$  la surpression (écart à la pression atmosphérique). Dans cette partie, les pertes de charge sont supposées négligeables et cette surpression est supposée constante le long du tuyau.

On considère la section comprise entre deux points  $M_1$  et  $M_2$  quelconques du tuyau souple. On admet que la situation pour laquelle le tuyau serait rectiligne n'est pas stable. Dans le cas général, les vecteurs unitaires  $\hat{t}(M_1)$  et  $\hat{t}(M_2)$  ne sont pas colinéaires.

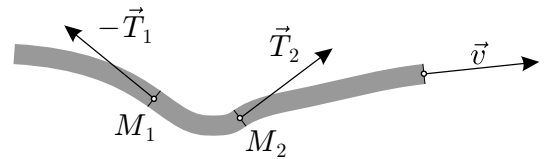


FIGURE 3 – Bilan des actions

- – 4. Par un bilan appliqué à la surface de contrôle comprise entre  $M_1$  et  $M_2$ , montrer que  $T(M_1) = T(M_2) = T$ , on exprimera  $T$  en fonction des données  $\mu$ ,  $Q$ ,  $v$ ,  $p$  et  $A$ .



FIGURE 4 – Lance à incendie

Le tuyau est terminé par une lance qui modifie la vitesse de l'écoulement. La valeur de la tension précédente ne permet pas à la lance d'être en équilibre et le pompier doit exercer une force  $\vec{F}$  sur cette dernière.

On note  $\vec{v}_s = v_s\hat{t}_s$  la vitesse d'éjection, supposée col-

linéaire au tuyau. L'aire de la section avant la lance est toujours  $A$  alors que celle en sortie de la lance est  $A_s$  souvent plus petite que  $A$ .

- – 5. Exprimer  $v_s$  en fonction de  $v$  et des données.  
Déterminer l'expression de  $\vec{F}$  en fonction de  $\mu$ ,  $Q$  et  $\vec{v}_s$   
Le pompier doit-il pousser ou tirer sur la lance ?
- – 6. Exprimer la composante  $F_{\text{eau}}$  de la résultante  $\vec{F}_{\text{eau}} = F_{\text{eau}}\hat{t}_s$  des actions exercées par l'eau sur la lance en fonction de  $T$  et de  $F$

On suppose qu'entre l'entrée et la sortie de la lance l'écoulement est parfait, stationnaire, incompressible et homogène

- – 7. Exprimer la relation de Bernoulli entre l'entrée et la sortie de la lance.  
Montrer que la tension s'écrit  $T = \frac{1}{2}\mu Q^2 \frac{1}{A} k_1$  avec  $k_1$  un coefficient que l'on exprimera en fonction du rapport  $A/A_s$ .  
En déduire que  $F_{\text{eau}} = \frac{1}{2}\mu Q^2 \frac{1}{A} k_2$  avec  $k_2$  un coefficient que l'on exprimera en fonction du rapport  $A/A_s$ .  
Dans quel sens est dirigée l'action de l'eau sur la lance ? Comparer  $T$  et  $F_{\text{eau}}$

On considère une lance à incendie dont la section du tuyau est  $A = 10 \times 10^{-3} \text{ m}^2$  et la section de sortie de la lance est  $A_s = 0,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$  avec un débit d'utilisation  $Q = 600$  litres par minute.

□ – 8. Evaluer numériquement  $F_{\text{eau}}$  et  $F$ .

### III Jet d'eau vertical

On souhaite réaliser un jet d'eau vertical le plus haut possible. Pour cela, l'expérience courante utilisant un tuyau d'arrosage montre qu'il est souvent efficace de rétrécir la section de sortie du tuyau pour avoir un jet plus élevé. On modélise l'expérience selon les paramètres définis sur la figure 5.

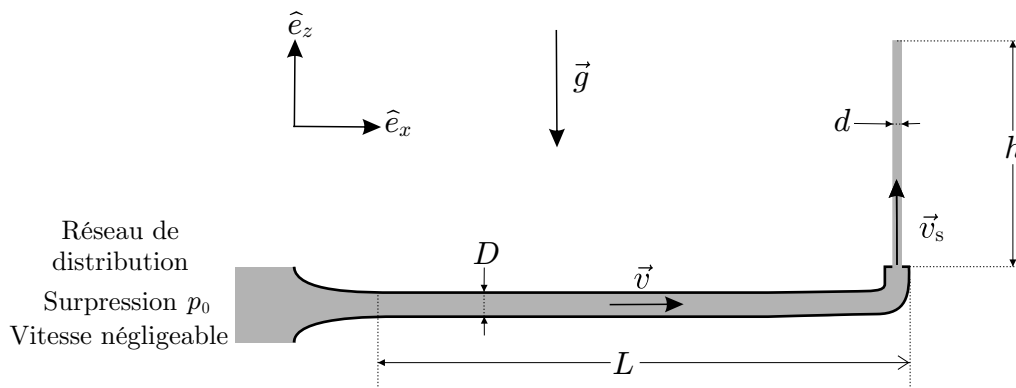


FIGURE 5 – Jet d'eau vertical

Le réseau fournit l'eau avec une surpression  $p_0$  (pression supplémentaire par rapport à la pression atmosphérique) et une vitesse négligeable. Cette surpression est constante, indépendante du débit d'eau fourni. Le tuyau connecté au réseau est horizontal, de diamètre  $D$ . Au bout du tuyau, on assimile le rétrécissement à un trou circulaire, dirigé verticalement, de diamètre  $d < D$ . La vitesse du fluide au sein de la conduite est supposée uniforme et horizontale, notée  $\vec{v} = v\hat{e}_x$ . La vitesse en sortie du rétrécissement est supposée uniforme et purement verticale, notée  $\vec{v}_s = v_s\hat{e}_z$ . On note  $h$  la hauteur atteinte par le jet par rapport à la sortie du tuyau.

On néglige les frottements de l'air et on suppose le fluide parfait.

□ – 9. Exprimer  $h$  en fonction de  $v_s$  et des données.

On suppose applicable le théorème de Bernoulli entre le réseau de distribution et la sortie du tuyau. La vitesse de sortie est alors telle que  $v_s = v_{s,m}$  et la hauteur maximale du jet est  $h = h_m$ .

□ – 10. Exprimer  $v_{s,m}$  en fonction de la surpression  $p_0$  et des données.

En déduire  $h_m$  sous ces hypothèses. Cette hauteur est-elle modifiée si l'on rétrécit la sortie ?

Evaluer numériquement  $h_m$  si la surpression  $p_0$  vaut 3 bar, on conservera cette valeur dans la suite de cette partie.

On prend maintenant en compte les pertes de charge dans la conduite et le rétrécissement.

Quand de l'eau s'écoule dans une conduite horizontale, la surpression en amont  $p_1$  est supérieure à la surpression en aval  $p_2$ . La chute de pression pour une conduite de longueur  $L$ , de diamètre  $D$ , parcourue par un fluide de vitesse uniforme  $v$ , obéit à la loi de Darcy-Weisbach :

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \mu v^2 \frac{L}{D} f$$

où  $f$  est un paramètre sans dimension appelée coefficient de perte de charge.

- – 11. Indiquez deux nombres sans dimension dont dépend  $f$ .

Donner le nom d'une représentation graphique de  $f$  en fonction de deux nombres sans dimension.

Par un bilan d'énergie mécanique, exprimer la puissance mécanique  $P_{\text{dis}}$  dissipée sous l'effet des forces de viscosité au sein du fluide en fonction du débit  $Q$  et de l'écart de pression  $p_1 - p_2$ .

Au niveau du rétrécissement (passage du diamètre  $D$  au diamètre  $d$ ), il y a aussi une chute de pression appelée perte de charge singulière, qui s'écrit  $p_D - p_d = \frac{1}{2}\rho v_s^2 K$  avec  $K$  un coefficient sans dimension qui dépend des diamètres d'entrée et de sortie, de la rugosité du matériau et de la viscosité du fluide. On considère le fluide compris à l'instant  $t$  entre la connexion au réseau de distribution (surpression  $p_0$  et vitesse quasi nulle) et la sortie du rétrécissement (pas de surpression et vitesse  $v_s$ ). On néglige les pertes d'énergie mécanique au niveau de la connexion entre le réseau et le tuyau si bien que le théorème de Bernoulli est applicable sur cette portion.

- – 12. Exprimer  $v_s$  en fonction de  $v_{s,m}$ ,  $f$ ,  $K$  et des rapports  $L/D$  et  $d/D$ . On vérifiera la cohérence du résultat lorsque l'on néglige toutes les pertes.

Exprimer  $h$  en fonction de  $h_m$ ,  $f$ ,  $K$  et des rapports  $L/D$  et  $d/D$ .

Est-il possible d'avoir un jet plus haut que  $h_m$  ?

Pour obtenir la vitesse, la relation précédente est en réalité une équation implicite car les coefficients  $f$  et  $K$  dépendent entre autres de la vitesse d'écoulement du fluide. On va donc se contenter d'une estimation grossière en prenant  $K = 0,5$  et  $f = 0,02$ . Le tuyau a une longueur  $L = 25$  m et un diamètre  $D = 2,5$  cm. Le diamètre du rétrécissement est  $d = 1$  mm.

- – 13. Déterminer numériquement les valeurs de  $h$ ,  $v$  et  $v_s$  avec et sans le rétrécissement. On présentera ses résultats en les rassemblant dans un tableau.

Expliquer simplement en une phrase la raison pour laquelle il est possible d'augmenter la hauteur du jet en rétrécissant le diamètre de sortie.

## IV Instabilité de Rayleigh-Plateau

### IV.A Modèle

L'expérience courante montre que très rapidement, un jet cylindrique n'est pas stable et se fragmente spontanément en gouttes d'eau. Pour étudier cette instabilité, on se propose d'analyser le comportement d'un jet d'eau cylindrique de rayon  $R_0$  perturbé radialement. L'analyse de Fourier nous permet de ne considérer dans un premier temps qu'une perturbation sinusoïdale. Le rayon du jet d'eau (cf. figure 6) sera de la forme :  $r(z) = R + \varepsilon \sin(kz)$ . L'amplitude  $\varepsilon$  est supposée petite devant le rayon  $R$  mais aussi devant la longueur d'onde  $\lambda = 2\pi/k$  de la perturbation. À priori le rayon  $R$  est différent du rayon  $R_0$  avant perturbation, il sera évalué à la question 15.

Par suite de l'existence d'une interface entre l'eau et l'air, la pression au sein du liquide est différente de la pression atmosphérique dans l'air. La loi de Laplace (que l'on admettra) permet de calculer l'écart de pression :  $P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = \alpha \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$  avec  $R_1$  et  $R_2$  les rayons de courbure principaux de la surface. La constante  $\alpha$  est appelée tension superficielle.

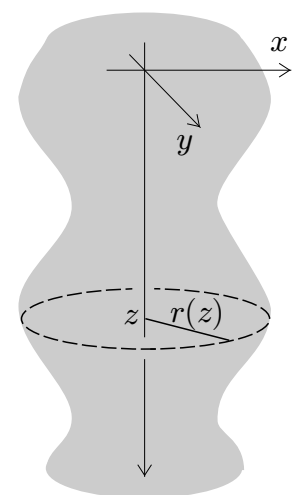


FIGURE 6 – Oscillations du jet

Dans le cas qui nous intéresse, on donne les expressions des courbures principales :

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{r(z) \left[ 1 + \left( \frac{dr}{dz} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad \text{et} \quad \frac{1}{R_2} = \frac{\frac{d^2r}{dz^2}}{\left[ 1 + \left( \frac{dr}{dz} \right)^2 \right]^{3/2}}$$

□ – 14. Quelle est l'unité de la tension superficielle ?

On considère une tranche de fluide comprise entre  $-\lambda/2$  et  $\lambda/2$ . On note  $S$  sa surface latérale. L'analyse dimensionnelle précédente permet de montrer que l'énergie potentielle de cette tranche s'écrit simplement  $E_p = \alpha S$ .

□ – 15. En utilisant la conservation du volume appliquée à la tranche comprise entre  $-\lambda/2$  et  $\lambda/2$ , exprimer  $R$  en fonction de  $R_0$  et de  $\varepsilon$  en se limitant au second ordre en  $\varepsilon/R_0$ .

On rappelle que la surface latérale d'une tranche de fluide comprise entre  $-\lambda/2$  et  $\lambda/2$  s'exprime par l'intégrale

$$S = \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} 2\pi r(z) \sqrt{1 + \left( \frac{dr}{dz} \right)^2} dz$$

□ – 16. Toujours en se limitant au second ordre en  $\varepsilon$ , montrer que  $S = 2\pi R_0 \lambda (1 + \gamma \varepsilon^2)$  où  $\gamma$  est un coefficient que l'on exprimera en fonction de  $k$  et de  $R_0$ .

En déduire que la perturbation n'est stable que si la longueur  $\lambda$  est inférieure à une longueur d'onde limite  $\lambda_\ell$  que l'on exprimera en fonction de  $R_0$ .

On peut comprendre le résultat précédent en effectuant un bilan de pression dans lequel on pourra se limiter au premier ordre en  $\varepsilon$  et prendre  $R = R_0$  à cet ordre d'approximation. Pour que le système soit stable, une condition nécessaire est que l'écart de pression au sein du fluide ait un effet modérateur et tende à réduire la déformation en ramenant le fluide des régions où le rayon est plus grand vers celles où le rayon est plus petit.

□ – 17. Exprimer au premier ordre en  $\varepsilon$ , l'écart de pression  $\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{atm}}$  entre l'intérieur et l'extérieur du jet en fonction de  $R_0$ ,  $k$ ,  $z$ ,  $\gamma$ ,  $\alpha$  et  $\varepsilon$ .

Retrouver alors la condition de stabilité obtenue à la question précédente.

□ – 18. En se contentant d'une analyse dimensionnelle, exprimer le temps typique  $\tau_h$  pour que le jet se brise en fonction des paramètres  $\mu$ ,  $R_0$  et  $\alpha$ .

La condition obtenue à la question 16 est simplement une condition nécessaire de stabilité. Pour aller plus loin, il faudrait une étude dynamique faisant intervenir les équations de la mécanique des fluides. Nous allons ici nous contenter d'une approche simplifiée moins rigoureuse.

On suppose encore une perturbation de la surface de la forme  $r(z) = R + \varepsilon \sin(kz)$  avec  $\varepsilon$  une fonction du temps. On se limitera encore au premier ordre en  $\varepsilon$ , et dans ce cadre, on a encore  $R = R_0$ .

Considérons la tranche de fluide comprise entre les cotes  $z = -\lambda/4$  et  $z = +\lambda/4$ . Par suite de la déformation de la surface, son centre d'inertie est à la cote  $z_G$  non nulle.

□ – 19. En se limitant au premier ordre en  $\varepsilon$ , montrer que  $z_G = \sigma \lambda \varepsilon / R_0$  où  $\sigma$  est un facteur purement numérique que l'on déterminera.

Pour la suite, on considérera ce facteur  $\sigma$  comme une donnée, même si l'on n'est pas parvenu à le déterminer. Très grossièrement, on traite la tranche considérée comme un système fermé et l'on suppose que l'accélération du centre de gravité est liée à l'écart de pression entre les deux extrémités.

- – 20. En appliquant la relation fondamentale au centre de gravité de la tranche, obtenir une équation différentielle du second ordre vérifiée par  $\varepsilon(t)$ .  
Discuter de la forme des solutions suivant les valeurs de  $k$  et retrouver la conclusion de la question 16.  
Dans le cas instable, montrer que l'amplitude  $\varepsilon$  diverge comme  $\exp(+t/\tau_k)$  et déterminer le temps caractéristique  $\tau_k$  en fonction de  $\xi = kR_0$  et du temps typique  $\tau_h$  obtenu par analyse dimensionnelle à la question 18.  
Déterminer l'expression  $\tau_{\min}$  de la plus petite valeur possible pour  $\tau_k$  ainsi que l'expression de la longueur d'onde  $\lambda_c$  associée à ce temps minimal.
- – 21. Expliquer pourquoi il est raisonnable de supposer que le jet se coupe en fractions de longueur  $\lambda_c$ .  
En se limitant au cas où se forment une succession de gouttes sphériques, déterminer le rayon de ces gouttes en fonction du rayon  $R_0$  du jet cylindrique initial.  
Pour une longueur  $\lambda_c$  de jet, comparer la surface de l'interface eau/air avant et après l'instabilité dans le cadre du modèle étudié. Commenter le résultat.

## IV.B Expérience

Un jet vertical orienté vers le bas sort d'un orifice avec une vitesse de  $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et un diamètre de 4 mm.

Sur la hauteur d'observation, on néglige l'augmentation de vitesse liée à la chute.

Expérimentalement, il est facile de voir que le jet sort bien lisse de l'orifice puis prend un aspect trouble car il se fragmente en gouttes à partir d'une distance de l'orifice. On ressent facilement cette fragmentation en plaçant sa main dans le liquide. Les chocs des gouttes dans l'évier correspondent à une fréquence sonore.

On donne la tension superficielle de l'eau  $\alpha = 7,2 \times 10^{-2} \text{ SI}$ . On prend  $10\tau_h$  comme temps caractéristique de brisure du jet.

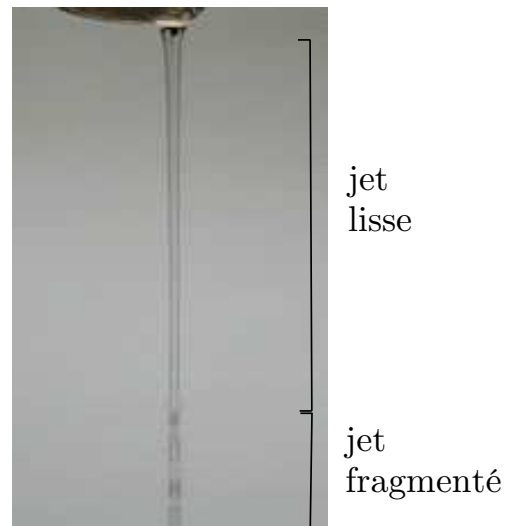


FIGURE 7 – Jet vertical

- – 22. Déterminer numériquement la distance de l'orifice à partir de laquelle le jet se sectionne en gouttes.  
Calculer la fréquence des chocs sur l'évier.

**FIN DE L'ÉPREUVE**